

Skrivne og trykte hjelpemiddel samt kalkulator er tillate.  
Ta med **all mellomrekning** som trengst for å grunnkje svaret.

Oppgåve 1..... (20%)

Lat den stokastiske variabelen  $X$  vera talet på auge i eit kast med to sekssida terningar.

- (a) Kva er utfallsrommet til  $X$ ?
- (b) Kva er populasjonen i eksperimentet?
- (c) Rekn ut forventningsverdien for  $X$ .
- (d) Rekn ut sannsynsfordelinga for  $X$ .
- (e) Gi sannsynsfordelinga for  $X$ .
- (f) Plott sannsynsfordelinga til  $X$  på millimeterpapir.
- (g) Gi den kumulative sannsynsfordelinga for  $X$ .  
Vi gjentar eksperimentet fem ganger og får som resultat:  $\{12, 7, 4; 8; 6\}$ .
- (h) Regn ut utvalgsmiddelverdien.
- (i) Regn ut utvalgsvariansen.
- (j) Gi den empiriske sannsynsfordelinga for  $X$  basert på utvalget.
- (k) Gi den empiriske kumulative sannsynsfordelinga for  $X$  basert på utvalget.

Oppgåve 2..... (10%)

- (a) Forklar kva me meiner med *uavhengige hendingar*.

**Solution:** To hendingar  $A$  og  $B$  er uavhengige dersom sannsynet for  $A$  er det same uansett om  $B$  inntreff eller ikkje, dvs. dersom  $P(A) = P(A|B) = P(A|\neg B)$ .

- (b) Ein svolten ulv er på jakt. Det er 20% sannsyn for at ulven finn ein elg. Dersom ulven finn ein elg, er det 35% sannsyn for at ulven klarer å fella elgen. Kva er sannsynet for at ulven får elg å eta? Vis korleis du kjem fram til svaret.

**Solution:** Sannsyn for å finna ein elg:  $P(\text{Elg}) = 20\%$ .  
Sannsyn for å fella elgen dersom elgen vert funnen:  $P(\text{Mat}|\text{Funn}) = 35\%$ .  
Sannsyn for at ulven får elg å eta:  $P(\text{Elg} \cap \text{Mat}) = P(\text{Funn}) \cdot P(\text{Mat}|\text{Funn}) = 7\%$ .

- (c) Ein skule har 10 unixmaskiner og 100 windowsmaskiner. Sannsynet for at ei gjeven unixmaskin skal trenga vedlikehald på måndag morgon er 0.4%. Tilsvarande sannsyn for ei windowsmaskin er 0.6%. Kva er sannsynet for at ei boks som treng vedlikehald, køyrer Windows?

Oppgåve 3..... (5%)

Bruk sannsynstabellane i boka og finn fylgjande.

- (a)  $P(Z > 1)$  der  $Z \sim N(0, 1)$  (standard normalfordeling)
- (b)  $P(X < 7)$  der  $X \sim B(18, 0.15)$  (binomialfordeling)
- (c)  $P(T < -1)$  der  $T$  har Students  $t$ -fordeling med seks fridomsgradar.

Oppgåve 4..... (6%)

Ein stokastisk variabel  $X$  er binomialfordelt med  $n = 1000$  forsøk og punktsannsyn  $\pi = 0.1$ .

- (a) Kva er forventinga  $E(X)$ ?
- (b) Kva er variansen til  $X$  ( $\sigma^2$ )?
- (c) Kva er sannsynet  $P(X \leq 60)$ ? Forklar korleis du kjem fram til svaret.

Oppgåve 5..... (15%)

You want to test if the traffic flow increases through a certain roundabout when the speed limit is reduced from 50 km/h to 30 km/h. You run your simulator and count the vehicles through the roundabout over a ten-minute period, repeating the trial a number of times. You get the following results:

30 km/h	100	90	110	105	95
50 km/h	80	95	70		

- (a) Phrase a null hypothesis and an alternative hypothesis.
- (b) Define the test statistic that you want to use.
- (c) Calculate the test statistic based on the data above.
- (d) Calculate the p-value of the test.
- (e) Decide whether you can reject the null hypothesis with a significance level of 5%.

Oppgåve 6..... (12%)

Bytte- og rovdyr (predator/prey) er ein vanleg problemtype som kan modellerast på ulike måtar. Gje tre ulike måtar, og forklar kort prinsippa for kvar av dei.

Oppgåve 7..... (20%)

Sjå for deg ein trafikksimulator der ein skal kunna studera trafikkkflyten i eit kryss. Bruk ein agentbasert modelleringsmetode.

- Teikna ei skisse til klassediagram for ein *enkel* simulator.
- Forklar kort funksjon og formål for kvar av klassene.
- Kva parameterar styrer tilstanden til kvar agent i systemet?
- Tenk på ein agentmodell for ein enkel simulator. Skriv opp *tre* døme på oppførselsreglar som må vera med.
- Det kan vera nyttig med fleire ulike agenttypar i modellen. Gje eit døme på *tre* ulike agenttypar og forklar kort korleis dei skil seg frå kvarandre.

Oppgåve 8..... (12%)

En randomwalker i 1D beveger seg over en raster. Den har 20% sannsynlighet for å stå stille, 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av nabocellene på avstand 1, og 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av cellene på avstand 2.

- Regn ut diffusjonskoeffisienten til partikkelen. Formelen er  $\langle x^2 \rangle = 2dDt$  der  $x$  er posisjon,  $d$  er antall dimensjoner,  $D$  er diffusjonskoeffisienten og  $t$  er tid.
- Forklar hvorfor  $\langle x^2 \rangle$  er lik variansen i posisjonen etter ett tidssteg.

Partikkelen begynner på tid  $t = 0$  på posisjon  $x = 50$ . La den stokastiske variabelen  $Y$  antyde posisjonen til partikkelen etter  $t = 100$  tidssteg.

- Regn ut forventningsverdien  $\mu$  og standardavviket  $\sigma_Y$  til  $Y$ .
- I en simulering vil vi gjenta eksperimentet fra oppgave c 10.000 ganger. La den stokastiske variabelen  $Z$  antyde gjennomsnittlig sluttposisjon til partikkelen. (Dvs. hver av de 10000 partiklene begynner på posisjon  $x = 50$  på  $t = 0$ , og tar derfra 100 steg med dynamikken beskrevet over). Gi et 99% konfidensintervall for  $Z$ .