

Ingen hjelpemiddel er tillatne.
Ta med **all mellomrekning** som trengst for å grunngje svaret.

Opgåve 1 (20%)

Lat den stokastiske variabelen X vera talet på augo i eit kast med to sekssida terningar.

- (a) Kva er utfallsrommet til X ?
- (b) Kva er populasjonen i eksperimentet?
- (c) Rekn ut forventningsverdien for X .
- (d) Rekn ut sannsynsfordelinga for X .
- (e) Gi sannsynsfordelinga for X .
- (f) Plott sannsynsfordelinga til X på millimeterpapir.
- (g) Gi den kumulative sannsynsfordelinga for X .
Vi gjentar eksperimentet fem ganger og får som resultat: $\{12, 7, 4; 8; 6\}$.
- (h) Regn ut utvalgsmiddelverdien.
- (i) Regn ut utvalgsvariansen.
- (j) Gi den empiriske sannsynsfordelinga for X basert på utvalget.
- (k) Gi den empiriske kumulative sannsynsfordelinga for X basert på utvalget.

Opgåve 2 (10%)

- (a) Forklar kva me meiner med *uavhengige hendingar*.
- (b) Ein svolten ulv er på jakt. Det er 20% sannsyn for at ulven finn ein elg. Dersom ulven finn ein elg, er det 35% sannsyn for at ulven klarer å fella elgen. Kva er sannsynet for at ulven får elg å eta? Vis korleis du kjem fram til svaret.
- (c) Ein skule har 10 unixmaskiner og 100 windowsmaskiner. Sannsynet for at ei gjeven unixmaskin skal trenga vedlikehald på måndag morgon er 0.4%. Tilsvarande sannsyn for ei windowsmaskin er 0.6%. Kva er sannsynet for at ei boks som treng vedlikehald, køyrer Windows?

Opgåve 3 (5%)

Bruk sannsynstabellane i boka og finn fylgjande.

- (a) $P(Z > 1)$ der $Z \sim N(0, 1)$ (standard normalfordeling)
- (b) $P(X < 7)$ der $X \sim B(18, 0.15)$ (binomialfordeling)
- (c) $P(T < -1)$ der T har Students t -fordeling med seks fridomsgradar.

Opgåve 4 (6%)

Ein stokastisk variabel X er binomialfordelt med $n = 1000$ forsøk og punktsannsyn $\pi = 0.1$.

- (a) Kva er forventinga $E(X)$?
- (b) Kva er variansen til X (σ^2)?
- (c) Kva er sannsynet $P(X \leq 60)$? Forklar korleis du kjem fram til svaret.

Opgåve 5 (15%)

You want to test if the traffic flow increases through a certain roundabout when the speed limit is reduced from 50 km/h to 30 km/h. You run your simulator and count the vehicles through the roundabout over a ten-minute period, repeating the trial a number of times. You get the following results:

30 km/h	100	90	110	105	95
50 km/h	80	95	70		

- (a) Phrase a null hypothesis and an alternative hypothesis.
- (b) Define the test statistic that you want to use.
- (c) Calculate the test statistic based on the data above.
- (d) Calculate the p-value of the test.
- (e) Decide whether you can reject the null hypothesis with a significance level of 5%.

Oppgave 6..... (12%)

Bytte- og rovdyr (predator/prey) er ein vanleg problemtype som kan modellerast på ulike måtar. Gje tre ulike måtar, og forklar kort prinsippa for kvar av dei.

Oppgave 7..... (20%)

Sjå for deg ein trafikksimulator der ein skal kunna studera trafikkklyten i eit kryss. Bruk ein agent-basert modelleringsmetode.

- Teikna ei skisse til klassediagram for ein *enkel* simulator.
- Forklar kort funksjon og formål for kvar av klassene.
- Kva parameterar styrer tilstanden til kvar agent i systemet?
- Tenk på ein agentmodell for ein enkel simulator. Skriv opp *tre* døme på oppførselsreglar som må vera med.
- Det kan vera nyttig med fleire ulike agenttypar i modellen. Gje eit døme på *tre* ulike agenttypar og forklar kort korleis dei skil seg frå kvarandre.

Oppgave 8..... (12%)

En randomwalker i 1D beveger seg over en raster. Den har 20% sannsynlighet for å stå stille, 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av nabocellene på avstand 1, og 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av cellene på avstand 2.

- Regn ut diffusjonskoeffisienten til partikkelen. Formelen er $\langle x^2 \rangle = 2dDt$ der x er posisjon, d er antall dimensjoner, D er diffusjonskoeffisienten og t er tid.
- Forklar hvorfor $\langle x^2 \rangle$ er lik variansen i posisjonen etter ett tidssteg.

Partikkelen begynner på tid $t = 0$ på posisjon $x = 50$. La den stokastiske variabelen Y antyde posisjonen til partikkelen etter $t = 100$ tidssteg.

- Regn ut forventningsverdien μ og standardavviket σ_Y til Y .
- I en simulering vil vi gjenta eksperimentet fra oppgave c 10.000 ganger. La den stokastiske variabelen Z antyde gjennomsnittlig sluttposisjon til partikkelen. (Dvs. hver av de 10000 partiklene begynner på posisjon $x = 50$ på $t = 0$, og tar derfra 100 steg med dynamikken beskrevet over). Gi et 99% konfidensintervall for Z .