Skrevne og trykte hjelpemidler samt kalkulator er tillatt.
Ta med **all mellomregning** som er nødvendig for å grunngi svaret.

Oppgave 1 . . . . *(14%)*

In et ukentlig mini-lotteri er sannsynligheten for å vinne NOK 50 lik 20%, sannsynligheten for å vinne NOK 150 lik 10% og sannsynligheten for å vinne NOK 0 lik 70%. Deltagelse koster NOK 30. La den stokastiske variabelen X_j være beløpet en deltager vinner i lotteriet i uke j.

(a) Regn ut forventningsverdien for X_j.

(b) Regn ut populasjonsstandardavviket for X_j.

Jan deltar 50 uker på rad i lotteriet. La den stokastiske variabelen Y være det totale beløpet han vinner, minus det totale beløpet han betaler for deltagelse.

(c) Skriv Y som funksjon av X_j.

(d) Regn ut forventningsverdien for Y.

(e) Regn ut populasjonsstandardavviket for Y.

(f) Tegn en skisse av sannsynlighetsfordelingen (PDF) for Y, der du også indikerer forventningsverdien og standardavviket.

(g) Regn ut sannsynligheten for at Jan har tjent mer enn han har betalt etter å ha deltatt 50 ganger i lotteriet. (Det vil si: Regn ut $P(Y > 0)$).

Oppgave 2 . . . . *(6%)*

Bruk sannsynlighetstabellene i boka og finn følgende:

(a) $P(Z > -1)$ der $Z \sim N(0, 1)$ (standard normalfordeling)

(b) Den kritiske verdien t slik at $P(T < t) = 0,05$ når T har Students t-fordeling med åtte frihetsgrader.

Oppgave 3 . . . . *(9%)*

Vi velger fire tilfeldige kvinnelige studenter fra Høgskolen i Ålesund og måler høyden deres (i centimeter) og finner 168, 166, 158 og 160. Gå ut fra at høyden til studentene er normalfordelt.

(a) Regn ut et 95 % konfidensintervall for gjennomsnittlig høyde til kvinnelige studenter ved Høgskolen i Ålesund.

(b) Har vi statistisk belegg for å kunne si at gjennomsnittlig høyde til kvinnelige studenter ved Høgskolen i Ålesund ligger under 175 cm? Formuler nødvendige hypoteser og test på 5% signifikansnivå.

Oppgave 4 . . . . *(12%)*

Den 14. oktober 2012 hoppet Felix Baumgartner fra en ballong ca. 40 km over jordoverflaten og var i fritt fall i 4 min. og 18 s før han åpnet fallskjermen sin. Her er fem datapunkter for høyden til ballongen som en funksjon av tiden, på vei oppover:

Tid (min)	Høyde (ft)
0	0
36	41500
80	75500
130	120500
150	128043

(a) Bruk minstekvadratsums metode for å finne den beste rette linjen som beskriver datasettet.

(b) Regn ut korrelasjonskoeffisienten mellom tid og høyde.

(c) Hva forteller korrelasjonskoeffisienten b) oss om kvaliteten på regresjonslinjen i a)?

Oppgave 5 . . . . *(10%)*

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med $n = 8$ forsøk og punktsannsynlighet $\pi = 0,3$.

(a) Regn ut sannsynligheten $P(X \geq 2)$.

(b) Regn ut sannsynligheten $P(X \geq 2|X \leq 7)$.

En annen stokastisk variabel Y er binomialfordelt med $n = 1000$ forsøk og punktsannsynlighet $\pi = 0{,}3$.

(c) Regn ut sannsynligheten $P(Y \leq 315)$.

Oppgave 6 .... *(10%)*

Vi simulerer en rovdyr-byttedyrmodell med harer og gauper på et 2D-raster. Det følgende er kjent:

> *Lynx densities peak at about 30/100 km^2, and decline to about 3/100 km^2 the winter after the crash in hare numbers. Kitten production and survival are high during peak and declining hare densities, with kittens making up 45-49% of the population. No kitten recruitment occurs during years of low hare densities. Annual survival rates decline from about 0.90 before and during the decline in hare densities, to 0.25 during the first year of low hare densities, and 0.37 during the second year of the low. All radio-collared lynx resident prior to or during the hare decline dispersed and/or died by the end of the first winter of low hare densities. (Lynx-Snow Hare Cycle in Canada, CAT NEWS, Issue 20, Spring 1994 by Kim G. Poole)*

(a) Beskriv en minimal modell som er konsistent med disse dataene.

(b) Beskriv hvordan du kan simulere denne modellen.

Oppgave 7 .... *(13%)*

Politiet utfører trafikkontroller på en bestemt veistrekning. I løpet av et døgn blir 2996 køyretøyer målt (av ca. 6000 som passerte) med gjennomsnittlig fart på 77km/h og standardavvik $s = 8$km/h. Anta at hastighetene til bilene er omtrent normalfordelt.

(a) Bruk Z-fordelingen for å regne ut et 95% konfidensintervall for fartsgjennomsnittet med de observasjonene som du har.

(b) Hvilken forutsetning må du gjøre for at konfidensintervallet i a) skal være et konfidensintervall for gjennomsnittlig fart i løpet av et år?

(c) På denne strekningen får man bot når man kjører minst 87km/h. Estimer hvor mange av de 2996 bilistene som får bot.

Oppgave 8 .... *(14%)*

En partikkel beveger seg over et raster. Hvert tidssteg beveger den seg med 80% sannsynlighet ett steg mot høyre (A) og med 20% sannsynlighet to steg mot venstre (B).

(a) Hva er sannsynsfordelingen for rasterposisjonen etter to tidssteg, hvis den begynner på rasterposisjon $i = 0$ på tidspunkt $t = 0$?

(b) Hva er punktsannsynligheten $p(x)$ for at partikkelen etter n tidssteg har tatt eksakt x steg av type A (og $n - x$ steg av type B)?

(c) Regn ut middelverdi μ og standardavvik σ til posisjonen etter ett tidssteg.

(d) Gi verdiene for μ og σ etter 10000 tidssteg.

Oppgave 9 .... *(12%)*

Som ledd i en økonomisk studie av iskremselgere og kiosker i en ferieby ønsker vi å modellere og simulere markedet for iskrem og kioskvarer i området. Modellen må tillate åpning av nye utsalg, ekspansjon og nedleggelse eller konkurs. Gjør kort greie for tre ulike modelleringsparadigmer som kan være aktuelle (t.eks. Gillespie, agent-basert simulering og celleautomaton), og forklar hvilke fordeler og ulemper hvert paradigme har i forhold til ovennevnte scenario.