Eksamen 8. desember 2014 **IR102512 Matematikk 1**
Eksamenstid 4 timer *Bokmål*

Hvis du blir ferdig med oppgavene under del 1 før kl. 11.00, så kan og bør du starte på del 2 uten bruk av hjelpemidler. Du kan bare bruke tillate hjelpemidler etter kl. 11.00.

Ta med **all mellomregning** som er nødvendig for å grunngi svaret.

Del 1. (09.00-11.00). I denne delen er ingen hjelpemidler tillatt.

Oppgave 1 .... *(15%)*

(a) Løs $z^2 + 3iz + 4 = 0$ der $i = \sqrt{-1}$.

(b) Regn ut og skriv på rektangulær form $\dfrac{1+3i}{1-2i}$, der $i = \sqrt{-1}$.

(c) La $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$. Om mulig, regn ut AB og BA.

Oppgave 2 .... *(5%)*

Finn alle løsningene til likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\; + 2x_3 \qquad\quad &= 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= 7 \\ 2x_1 \qquad\; + 4x_3 + \; x_4 &= 4 \end{aligned}$$

Oppgave 3 .... *(10%)*

Deriver funksjonene med hensyn på x.

(a)

$$f(x) = \cos^2(x)$$

(b)

$$g(x) = x\ln(x^2)$$

Oppgave 4 .... *(10%)*

Finn integralene

(a)

$$\int_0^1 x\sqrt{1+3x^2}\,dx$$

(b)

$$\int (x^2+4x+1)e^x\,dx$$

Oppgave 5 .... *(10%)*

(a) Vis ved delbrøksoppspaltning at $\dfrac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}$ kan skrives

$$\frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2+1}$$

(b) Finn integralet

$$\int \frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}\,dx$$

Del 2. (11.00-13.00). I denne delen av kalkulator, lærebøker og matematisk formelsamling tillatt. *Derivasjon og integrasjon skal utføres manuelt og mellomregninger føres inn. Differensiallikninger skal løses ved manuell metode. Kalkulatoren kan bare brukes til tallregning og eventuelt til kontroll.*

Sett kalkulatoren på radianer.

Oppgave 6 .... *(5%)*

Vil finne tilnærma verdi av arealet av en innsjø. Målinger blei gjort hver 20 meter langs bredden av sjøen. Bruk Simpsons metode med data fra tabellen under.

Måling	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bredde(meter)	0	50	54	82	82	73	75	80	0

Oppgave 7 .... *(5%)*

En parametrisk kurve er gitt ved $x = 1 + t^3$ og $y = 1 - t^2$, $0 \leq t \leq 2$.

Finn lengden av kurven.

Oppgave 8 .... *(5%)*

Finn $P_2(x)$, Taylorpolynomet av grad 2, for $f(x) = xe^{-x}$ med senter i $a = 0$.

Bruk $P_2(x)$ til å finne en tilnærma verdi av $f(0.2)$.

Oppgave 9 .... *(5%)*

En kurve er gitt ved $x^2y + xy^2 = 6$.

Bruk implisitt derivasjon til å finne et uttrykk for y'.

Finn et uttrykk for linja som tangerer kurven i punktet $(1, 2)$.

Oppgave 10 .... *(10%)*

Grafene til funksjonene $f(x) = 2 - x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$, avgrenser et flatestykke F.

(a) Finn arealet til F.

(b) Finn x-koordinaten til tyngdepunktet i flatestykket F.

Oppgave 11 .... *(10%)*

Løs differensiallikningene

(a) $y'' + y' - 2y = 0$.

(b) $y'' + 2y' + 2y = \sin x$.

Oppgave 12 .... *(10%)*

Ei differensiallikning er gitt ved

$$\frac{dy}{dx} = e^{-y} \cos x$$

med startbetingelse $y(0) = 1$.

(a) Finn løsningen $y(x)$ eksakt og regn ut $y(1)$.

(b) Finn en tilnærmet verdi for $y(1.0)$ ved *Improved Euler* med steglengde $h = 1.0$.

Om du blir ferdig med oppgåvene under del 1 før kl. 11.00, så kan og bør du starte på del 2 utan bruk av hjelpemiddel. Du kan bare bruke lovlege hjelpemiddel etter kl. 11.00.

Ta med **all mellomrekning** som er nødvendig for å grunngi svaret.

Del 1. (09.00-11.00). I denne delen er ingen hjelpemiddel lovleg.

Oppgåve 1 .... *(15%)*

(a) Løys $z^2 + 3iz + 4 = 0$ der $i = \sqrt{-1}$.

(b) Rekn ut og skriv på rektangulær form $\dfrac{1+3i}{1-2i}$, der $i = \sqrt{-1}$.

(c) La $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$. Dersom mogleg, rekn ut AB og BA.

Oppgåve 2 .... *(5%)*

Finn alle løysingane til likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad + 2x_3 \quad\quad &= 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= 7 \\ 2x_1 \quad\quad + 4x_3 + \ \ x_4 &= 4 \end{aligned}$$

Oppgåve 3 .... *(10%)*

Deriver funksjonane med omsyn på x.

(a)

$$f(x) = \cos^2(x)$$

(b)

$$g(x) = x\ln(x^2)$$

Oppgåve 4 .... *(10%)*

Finn integrala

(a)

$$\int_0^1 x\sqrt{1+3x^2}\,dx$$

(b)

$$\int (x^2+4x+1)e^x\,dx$$

Oppgåve 5 .... *(10%)*

(a) Vis ved delbrøksoppspalting at $\dfrac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}$ kan skrivast

$$\frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2+1}$$

(b) Finn integralet

$$\int \frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}\,dx$$

Del 2. (11.00-13.00). I denne delen av eksamen er kalkulator, lærebok og matematisk formelsamling lovleg. *Derivasjon og integrasjon skal utførast manuelt og mellomrekningar skal førast inn. Differensiallikningar skal løysast ved manuell metode. Kalkulatoren kan berre brukast til talrekning og eventuelt til kontroll.*

Sett kalkulatoren på radianar.

Oppgåve 6 .... *(5%)*

Vil finne tilnærma verdi av arealet av ein innsjø. Målingar blei gjort kvar 20 meter langs breidda av sjøen. Bruk Simpsons metode med data frå tabellen under.

Måling	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Breidd(meter)	0	50	54	82	82	73	75	80	0

Oppgåve 7 .... *(5%)*

Ei parametrisk kurve er gitt ved $x = 1 + t^3$ og $y = 1 - t^2$, $0 \leq t \leq 2$.

Finn lengda av kurva.

Oppgåve 8 .... *(5%)*

Finn $P_2(x)$, Taylorpolynomet av grad 2, for $f(x) = xe^{-x}$ med senter i $a = 0$.

Bruk $P_2(x)$ til å finne ein tilnærma verdi av $f(0.2)$.

Oppgåve 9 .... *(5%)*

Ei kurve er gitt ved $x^2y + xy^2 = 6$.

Bruk implisitt derivasjon til å finne eit uttrykk for y'.

Finn eit uttrykk for linja som tangerer kurven i punktet $(1, 2)$.

Oppgåve 10 .... *(10%)*

Grafane til funksjonane $f(x) = 2 - x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$, avgrensar eit flatestykke F.

(a) Finn arealet til F.

(b) Finn x-koordinaten til tyngdepunktet i flatestykket F.

Oppgåve 11 .... *(10%)*

Løys differensiallikningane

(a) $y'' + y' - 2y = 0$.

(b) $y'' + 2y' + 2y = \sin x$.

Oppgåve 12 .... *(10%)*

Ei differensiallikning er gitt ved

$$\frac{dy}{dx} = e^{-y} \cos x$$

med startvilkår $y(0) = 1$.

(a) Finn løysinga $y(x)$ eksakt og rekn ut $y(1)$.

(b) Finn ein tilnærma verdi for $y(1.0)$ ved *Improved Euler* med steglengd $h = 1.0$.

Del 1. (09.00-11.00).

Oppgave 1 .... *(15%)*

(a) Løs $z^2 + 3iz + 4 = 0$ der $i = \sqrt{-1}$.

(b) Regn ut og skriv på rektangulær form $\dfrac{1+3i}{1-2i}$, der $i = \sqrt{-1}$.

(c) La $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$. Om mulig, regn ut AB og BA.

Løsning. (a) Ved abc-formelen:

$$z = \frac{-3i \pm \sqrt{(3i)^2 - 4\cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-3i \pm \sqrt{-9-16}}{2} = \frac{-3i \pm 5i}{2} = \begin{cases} i \\ -4i \end{cases}$$

(b)

$$\frac{1+3i}{1-2i} = \frac{(1+3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{1+2i+3i+6i^2}{1-4i^2} = \frac{-5+5i}{5} = -1+i.$$

(c) A er 2×2 matrise. B er 1×2 matrise. AB gir ikke mening siden $1 \neq 2$. BA gir mening og resultatet er 1×2 matrise: koordinatvis

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-3 & 4+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 16 \end{bmatrix}$$

□

Oppgave 2 .... *(5%)*

Finn alle løsningene til likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad + 2x_3 \quad\quad &= 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= 7 \\ 2x_1 \quad\quad + 4x_3 + \ x_4 &= 4 \end{aligned}$$

Løsning. Setter opp utvida koeffisientmatrise og radreduserer

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow[R3=R3-2R1]{R2=R2-R1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow{R2=R2-3R3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

Vi har leder 1-ere i kolonnene som tilhører x_1, x_2 og x_4. x_3 er fri variabel. Løsning:

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_3 \\ x_2 = 5x_3 \\ x_3 = \text{fri} \\ x_4 = 2 \end{cases}$$

□

Oppgave 3 .... *(10%)*

Deriver funksjonene med hensyn på x.

(a)

$$f(x) = \cos^2(x)$$

(b)

$$g(x) = x\ln(x^2)$$

Løsning. (a) $f(x) = (\cos(x))^2$. Kjerneregelen $u = \cos(x)$:

$$f'(x) = 2\cos(x) \cdot (-\sin(x)) = -2\sin(x)\cos(x) = -\sin(2x).$$

(b) Produktregel (og kjerneregel med $u = x^2$)

$$g'(x) = 1 \cdot \ln(x^2) + x \cdot \frac{1}{x^2} \cdot (2x) = \ln(x^2) + 2.$$

□

Oppgave 4 .... *(10%)*

Finn integralene

(a)

$$\int_0^1 x\sqrt{1+3x^2}\,dx$$

(b)

$$\int (x^2+4x+1)e^x\,dx$$

Løsning. (a) Substitusjon. $u = 1+3x^2$ og $du = 6xdx$. (Hvis vi vil bytte grenser så er: $x = 0 \leftrightarrow u = 1$ og $x = 1 \leftrightarrow u = 4$.)

$$\int_0^1 x\sqrt{1+3x^2}\,dx = \frac{1}{6}\int_{u_0}^{u_1} u^{1/2}\,du = \frac{1}{6}\left[\frac{2}{3}u^{3/2}\right]_{u_0}^{u_1} = \frac{1}{9}\left[(1+3x^2)^{3/2}\right]_0^1 = \frac{1}{9}(4^{3/2}-1^{3/2}) = \frac{7}{9}.$$

(b) Delvis integrasjon ved tabell. Fortegn i første kolonne, deriverer andre og integrerer tredje.

$$\begin{array}{cc|c} + & x^2+4x+1 & e^x \\ - & 2x+4 & e^x \\ + & 2 & e^x \\ - & 0 & e^x \end{array}$$

Ganger nedover langs diagonalene og får

$$\int (x^2+4x+1)e^x\,dx = (x^2+4x+1)e^x - (2x+4)e^x + 2e^x + C = (x^2+2x-1)e^x + C.$$

□

Oppgave 5 .... *(10%)*

(a) Vis ved delbrøksoppspaltning at $\dfrac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}$ kan skrives

$$\frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2+1}$$

(b) Finn integralet

$$\int \frac{x^3-x^2+x-2}{x^4+x^2}\,dx$$

Løsning. (a) Siden $x^4 + x^2 = x^2(x^2+1)$ så ha delbrøken formen

$$\frac{x^3 - x^2 + x - 2}{x^4 + x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2+1} = \frac{Ax(x^2+1) + B(x^2+1) + (Cx+D)x^2}{x^4+x^2}$$

Får likning

$$Ax^3 + Ax + Bx^2 + B + Cx^3 + Dx^2 = x^3 - x^2 + x - 2.$$

Fra x^3-ledd: $A + C = 1$. Fra x^2-ledd: $B + D = -1$, x-ledd: $A = 1$ og k-ledd: $B = -2$. Da blir $C = 0$ og $D = -1 - B = -1 + 2 = 1$. Det er presis det vi skulle ha.

(b)

$$\begin{aligned}\int \frac{x^3 - x^2 + x - 2}{x^4 + x^2}\,dx &= \int \frac{1}{x}\,dx - 2\int \frac{1}{x^2}\,dx + \int \frac{1}{x^2+1}\,dx \\ &= \ln|x| - 2(-x^{-1}) + \arctan(x) + C = \ln|x| + \frac{2}{x} + \arctan(x) + C\end{aligned}$$

□

Del 2. (11.00-13.00).

Oppgave 6 .... *(5%)*

Vil finne tilnærma verdi av arealet av en innsjø. Målinger blei gjort hver 20 meter langs bredden av sjøen. Bruk Simpsons metode med data fra tabellen under.

Måling	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bredde(meter)	0	50	54	82	82	73	75	80	0

Løsning. Simpsons formel med 8 delintervall og $h = 20$. Vi får

$$S_8 = \frac{20}{3}(0 + 4\cdot 50 + 2\cdot 54 + 4\cdot 82 + 2\cdot 82 + 4\cdot 73 + 2\cdot 75 + 4\cdot 80 + 0) \approx 10413.$$

□

Oppgave 7 .... *(5%)*

En parametrisk kurve er gitt ved $x = 1 + t^3$ og $y = 1 - t^2$, $0 \le t \le 2$.

Finn lengden av kurven.

Løsning. Posisjonsvektor $r(t) = [1 + t^3, 1 - t^2]$ gir hastighetsvektor $v(t) = [3t^2, -2t]$ med fart:

$$|v(t)| = \sqrt{(3t^2) + (-2t)^2} = \sqrt{9t^4 + 4t^2} = |t|\sqrt{9t^2+4}$$

Distanse er fart ganger tid (kan fjerne absoluttverdi siden $t \ge 0$). Bruker substitusjon $u = 9t^2 + 4$ og $du = 18tdt$.

$$\begin{aligned} s &= \int_0^2 |v(t)|dt = \int_0^2 t\sqrt{9t^2+4}\,dt = \frac{1}{18}\int_{u_1}^{u_2} u^{1/2}\,dt = \frac{1}{18}\left[\frac{2}{3}u^{3/2}\right]_{u_1}^{u_2} \\ &= \frac{1}{27}\left[(9t^2+4)^{3/2}\right]_0^2 = \frac{1}{27}\left((40)^{3/2} - (4)^{3/2}\right) = \frac{8}{27}\left(10\sqrt{10} - 1\right).\end{aligned}$$

□

Oppgave 8 .... *(5%)*

Finn $P_2(x)$, Taylorpolynomet av grad 2, for $f(x) = xe^{-x}$ med senter i $a = 0$.

Bruk $P_2(x)$ til å finne en tilnærma verdi av $f(0.2)$.

Løsning. Med $f(x) = xe^{-x}$ er $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x}$ og $f''(x) = -e^{-x} - e^{-x} + xe^{-x}$.
Det gir $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ og $f''(0) = -2$ slik at

$$P_2(x) = f(0) + f'(0)(x - 0) + \frac{f''(0)}{2!}(x - 0)^2 = x - x^2.$$

Setter vi inn $x = 0.2$ får vi

$$P_2(0.2) = 0.2 - 0.2^2 = 0.2(1 - 0.2) = 0.16.$$

□

Oppgave 9 .... *(5%)*

En kurve er gitt ved $x^2y + xy^2 = 6$.

Bruk implisitt derivasjon til å finne et uttrykk for y'.

Finn et uttrykk for linja som tangerer kurven i punktet $(1, 2)$.

Løsning. Deriverer implisitt og bruker produktregelen:

$$2xy + x^2y' + y^2 + x \cdot 2yy' = 0.$$

Alt med y' på ei side:

$$(x^2 + 2xy)y' = -(2xy + y^2)$$

slik at

$$y' = -\frac{2xy + y^2}{x^2 + 2xy}$$

Setter vi inn $x = 1$ og $y = 2$ får vi

$$a = y'\big|_{(1,2)} = -\frac{2 \cdot 2 + 2^2}{1^2 + 4} = -\frac{8}{5}.$$

Ettpunktsformelen gir nå

$$y = y_0 + a(x - x_0) = 2 - \frac{8}{5}(x - 1) = \frac{18}{5} - \frac{8}{5}x.$$

□

Oppgave 10 .... *(10%)*

Grafene til funksjonene $f(x) = 2 - x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$, $0 \le x \le 1$, avgrenser et flatestykke F.

(a) Finn arealet til F.

(b) Finn x-koordinaten til tyngdepunktet i flatestykket F.

Løsning. (a) Arealet

$$A = \int_0^1 (2 - x^2) - (\sqrt{x})\,dx = \left[2x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^{3/2}\right]_0^1 = 2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 1.$$

(b) Moment om $x = 0$:

$$M_{x=0} = \int_0^1 x((2-x^2) - (\sqrt{x}))\,dx = \int_0^1 2x - x^3 - x^{3/2}\,dx = \left[x^2 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{5}x^{5/2}\right]_0^1$$
$$= 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{20-5-4}{20} = \frac{7}{20}.$$

Fra (a) har vi $m = A = 1$ så

$$\bar{x} = \frac{M_{x=0}}{m} = \frac{7}{20}.$$

□

Oppgave 11 . . . . *(10%)*

Løs differensiallikningene

(a) $y'' + y' - 2y = 0$.

(b) $y'' + 2y' + 2y = \sin x$.

Løsning. (a). Karakteristisk likning $r^2 + r - 2 = 0$. Fra abc-formelen får vi $r = 1$ og $r = -2$. Tilfelle I sier at løsning er

$$y(x) = Ae^x + Be^{-2x}.$$

(b). Karakteristisk likning $r^2 + 2r + 2 = 0$. Fra abc-formelen

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4\cdot 2}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2} = -1 \pm i.$$

Homogenløsning tilfelle III:

$$y_h(x) = Ae^{-x}\cos(x) + Be^{-x}\sin(x).$$

Gjetter på partikulær løsning $y_p(x) = C\cos(x) + D\sin(x)$. Da blir $y_p'(x) = -C\sin(x) + D\cos(x)$. $y_p''(x) = -C\cos(x) - D\sin(x)$. Setter inn i likninga:

$$y_p'' + 2y_p' + 2y_p = -C\cos(x) - D\sin(x) - 2C\sin(x) + 2D\cos(x) + 2C\cos(x) + 2D\sin(x) = \sin x.$$

Ser på $\sin(x)$-ledd: $-D - 2C + 2D = 1$ så $D = 1 + 2C$. Ser på $\cos(x)$-ledd: $-C + 2D + 2C = 0$ så $C = -2D$. Setter inn i utrykk for D: $D = 1 - 4D$ som gir $D = \frac{1}{5}$ og da blir $C = -2D = -\frac{2}{5}$. Altså

$$y_p(x) = -\frac{2}{5}\cos(x) + \frac{1}{5}\sin(x).$$

Tilsammen

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x) = Ae^{-x}\cos(x) + Be^{-x}\sin(x) - \frac{2}{5}\cos(x) + \frac{1}{5}\sin(x).$$

□

Oppgave 12 . . . . *(10%)*

Ei differensiallikning er gitt ved

$$\frac{dy}{dx} = e^{-y}\cos x$$

med startbetingelse $y(0) = 1$.

(a) Finn løsningen $y(x)$ eksakt og regn ut $y(1)$.

(b) Finn en tilnærmet verdi for $y(1.0)$ ved *Improved Euler* med steglengde $h = 1.0$.

Løsning. (a) Separabel likning:

$$\int e^y \, dy = \int \cos(x) \, dx$$

Integrerer og får:

$$e^y = \sin(x) + C.$$

Da logaritme begge sider:

$$y(x) = \ln(\sin(x) + C).$$

Setter inn $y(0) = 1$ for å finne C:

$$1 = y(0) = \ln(\sin(0) + C) = \ln C$$

slik at $C = e$.

Løsningen er

$$y(x) = \ln(\sin(x) + e)$$

og da blir

$$y(1) = \ln(\sin(1) + e) \approx 1.2696 \ldots$$

(b) Improved Euler. Oppgitt $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $f(x, y) = e^{-y} \cos x$ og $h = 1.0$. Bruker formlene

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + h \\ u_{n+1} &= y_n + hf(x_n, y_n) \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{2}(f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, u_{n+1})) \end{aligned}$$

Skriver opp i en tabell (se under). Her er mellomregningene som ikke fikk plass i tabellen: Har $x_1 = 0 + 1.0 = 1.0$. $f(x_0, y_0) = f(0, 1) = e^{-1} \cos(0) \approx 0.36788$. Videre $u_1 = y_0 + hf(x_0, y_0) = 1.0 + 1.0(0.36788) = 1.36788$. Og så $f(x_1, u_1) = e^{-1.36788} \cos(1.0) \approx 0.13759$ og til slutt $y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(f(x_0, y_0) + f(x_1, u_1)) = 1.0 + 0.5(0.36788 + 0.13759) = 1.25273$.

x_n	y_n	$f(x_n, y_n)$	u_{n+1}	$f(x_{n+1}, u_{n+1})$	y_{n+1}
0	1	0.36788	1.36788	0.13759	1.25273
1.0	1.25273				

Vi får $y(1.0) \approx y_1 = 1.25273$ $\square$